Uzdevumu lapa 7.klasēm

RV1.Ģ komandu olimpiāde matemātikā pamatskolai

Svaigā Maize 2004

1. Dotas 20 pēc izskata vienādas monētas. Tieši viena no tām ir viltota, un tai ir atšķirīgs svars nekā pārējām. Kā, izmantojot sviru svarus bez atsvariem, ar divām svēršanām var noteikt, vai viltotā monēta ir vieglāka vai smagāka par pārējām?

2. Orbitreku kalendārā ir 11 dienas. Katram no desmit ciema orbitrekiem piešķirts cits numurs no 1 līdz 10. Orbitreki katru dienu spēlē šahu, turklāt attiecīgajā dienā drīkst spēlēt tikai tie orbitreki, kuru numuru summa sakrīt ar dienas kārtas numuru nedēļā. Kura dienā iespējams izspēlēt visvairāk partiju?

3. 30 skolēni rakstīja diktātu. Aleksim diktātā bija 14 kļūdas. Citiem skolēniem bija mazāk. Pierādīt, ka klasē var atrast trīs skolēnus, kuri pieļāva vienādu kļūdu skaitu.

4. Pa apli uzrakstīti 2004 skaitļi. Katru triju pēc kārtas uzrakstītu skaitļu summa ir pozitīva. Kāds lielākais skaits negatīvu skaitļu var būt starp uzrakstītajiem?

5. Pierādīt, ka $(n^2 - 8n + 15)(n^2 - 2n - 8)$ dalās ar 4.

6. Noteikt visus četrciparu skaitļus, kuriem ciparu reizinājums ir 70 un kuri dalās ar 5.

7. Vai pa rūtiņu tīklu var uzzīmēt slēgtu lauztu līniju, kuras posmu garumi ir pēc kārtas 1,2,...,n rūtiņas, ja

a) $n = 8$

b) $n = 9$

c) $n =10$

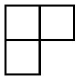
8. Vai kvadrātā, kas sastāv no 6x6 rūtiņām, var ierakstīt skaitļus no 1 līdz 36 katru vienu reizi tā, lai katrā kolonnā un rindiņā ierakstīto skaitļu reizinājums dalītos ar

a) 9 ;

b) 27 ?

9. Dots, ka skaitļi 3a+4b un 2a+3b dalās ar 5. Pierādīt, ka gan a, gan b dalās ar 5.

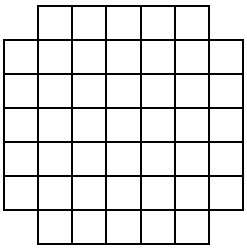
10. Ezītim katru dienu izaug vēl divtik jaunu adatu, cik viņam jau ir, un viena adata izkrīt. Kad ezītis piedzima, viņam bija 1 adata. Vai var gadīties, ka kādu dienu viņa adatu skaits dalīsies ar 9 ?

11. Dots kvadrāts, kas sastāv no n x n kvadrātiskām rūtiņām un kuram stūru rūtiņas izgrieztas (attēlā piemērs, ja n=7). Vai to var sadalīt šādās figūrās:  , ja

a) n = 7;

b) n = 8;

c) n = 9 ?



12. No dārza līdz mājām ir 10 km. Kad Ome ar ābolu grozu no dārza sāka iet mājās, Mazdēls ar riteni brauca viņai pretim. Kad viņi satikās, Mazdēls paņēma daļu no āboliem un veda uz mājām. Nonācis mājās, viņš ābolus tur atstāja un atkal brauca pretim Omei. Tā viņš atkārtoja, līdz Ome bija pārnākusi mājās. Cik km Mazdēls veica, ja viņš brauca ar ātrumu 20 km/h, bet Ome gāja ar ātrumu 4 km/h ?

13. Mežā dzīvo 21 alnis. Daži aļņi draudzējas savā starpā (ja viens alnis draudzējas ar otru, tad otrais draudzējas ar pirmo). Vai ir iespējams, ka katram alnim ir tieši 7 draugi?

14. Cik kopīgu punktu var būt divu trijstūru kontūrām?

15. Karaļvalstī ir 8 pilsētas. Karaliene grib uzbūvēt tādu ceļu sistēmu, lai no katras pilsētas varētu aizbraukt uz katru citu, iebraucot ne vairāk kā vienā citā pilsētā, un no katras pilsētas izietu ne vairāk kā k ceļu. Pie kāda mazākā k tas iespējams?

Uzdevumu lapa 8.klasēm

RV1.Ģ komandu olimpiāde matemātikā pamatskolai

Svaigā Maize 2004

1. Dots: $a + b = 1$. Pierādīt, ka $a^3 + b^3 + 3ab = 1$.

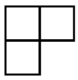
2. Dots ΔABC. Punkti M, N un K pieder attiecīgi malām BC, CA un AB. Nogriežņi AM, BN un CK krustojas vienā punktā O. Pierādīt:

$AM + BN + CK > ½ (AB + BC + CA)$

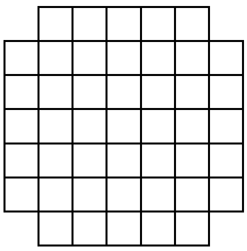
3. No dārza līdz mājām ir 10 km. Kad Ome ar ābolu grozu no dārza sāka iet mājās, Mazdēls ar riteni brauca viņai pretim. Kad viņi satikās, Mazdēls paņēma daļu no āboliem un veda uz mājām. Nonācis mājās, viņš ābolus tur atstāja un atkal brauca pretim Omei. Tā viņš atkārtoja, līdz Ome bija pārnākusi mājās. Cik km Mazdēls veica, ja viņš brauca ar ātrumu 20 km/h, bet Ome gāja ar ātrumu 4 km/h ?

4. Dotas 7 bumbiņas - 2 no tām ir citādā svarā nekā pārējās 5. Doti sviru svari bez atsvariem. Vai ar 5 svēršanām var atrast 2 citādās bumbiņas?

5. Karaļvalstī ir 8 pilsētas. Karaliene grib uzbūvēt tādu ceļu sistēmu, lai no katras pilsētas varētu aizbraukt uz katru citu, iebraucot ne vairāk kā vienā citā pilsētā, un no katras pilsētas izietu ne vairāk kā k ceļu. Pie kāda mazākā k tas iespējams?

6. Dots kvadrāts, kas sastāv no n x n kvadrātiskām rūtiņām un kuram stūru rūtiņas izgrieztas (attēlā piemērs, ja n=7). Vai to var sadalīt šādās figūrās:  , ja

a) $n = 7$;
b) $n = 8$;
c) $n = 9$?



7. Mežā dzīvo 21 alnis. Daži aļņi draudzējas savā starpā (ja viens alnis draudzējas ar otru, tad otrais draudzējas ar pirmo). Vai ir iespējams, ka katram alnim ir tieši 7 draugi?

8. Vai pa rūtiņu tīklu var uzzīmēt slēgtu lauztu līniju, kuras posmu garumi ir pēc kārtas 1,2,...,n rūtiņas, ja

a) n = 8

b) n = 9

c) n =10

9. Vai kvadrātā, kas sastāv no 6x6 rūtiņām, var ierakstīt skaitļus no 1 līdz 36 katru vienu reizi tā, lai katrā kolonnā un rindiņā ierakstīto skaitļu reizinājums dalītos ar

a) 9 ;

b) 27 ?

10. Dota lapa ar regulāru trijstūri, lineāls bez atzīmēm, cirkulis un zīmulis. Konstruēt regulāru sešstūri (aprakstīt risinājuma gaitu).

Piezīme: daudzstūri sauc par regulāru, ja visas tā malas ir vienādas un visi leņķi vienlieli.

11. Noteikt visus reālu skaitļu pārus (a;b), kuriem izpildās vienādība

$$a^2 + b^2 = \frac{5\,a\,b}{2}$$

12. a, b, c, d - četri pēc kārtas ņemti naturāli skaitļi. Pierādīt, ka $a^3 + b^3 + c^3 + d^3$ dalās ar 4.

13. Ar k apzīmēsim naturālu skaitli. Virknes pirmais loceklis ir a_1=k-1.

$a_n=a_{n-1}+k^{an-1}$. Pierādīt, ka neviens virknes loceklis nedalās ar k.

14. Skaitļu pāri sauc par *spēcīgu*, ja šo skaitļu kvadrātu starpība ir vienāda ar kāda skaitļa kubu, bet šo skaitļu kubu starpība - ar kāda skaitļa kvadrātu.

a) atrast kaut vienu *spēcīgu* skaitļu pāri;

b) pierādīt, ka eksistē bezgalīgi daudz *spēcīgi* skaitļu pāri.

15. Apskatām visus veselos un pozitīvos skaitļus, kas nesatur citus ciparus kā 1; 2; 3; 4 un 5. Sakārtosim tos augošā secībā un ar n apzīmējam skaitli, kas šajā sarakstā atrodas 2004-ajā vietā.

a) cik ciparu ir skaitlim n ?

b) atrast skaitli n.

Uzdevumu lapa 9.klasēm

RV1.Ģ komandu olimpiāde matemātikā pamatskolai

Svaigā Maize 2004

1. 30 skolēni rakstīja diktātu. Aleksim diktātā bija 14 kļūdas. Citiem skolēniem bija mazāk. Pierādīt, ka klasē var atrast trīs skolēnus, kuri pieļāva vienādu kļūdu skaitu.

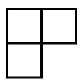
2. Karaļvalstī ir 8 pilsētas. Karaliene grib uzbūvēt tādu ceļu sistēmu, lai no katras pilsētas varētu aizbraukt uz katru citu, iebraucot ne vairāk kā vienā citā pilsētā, un no katras pilsētas izietu ne vairāk kā k ceļu. Pie kāda mazākā k tas iespējams?

3. Dots: $a + b = 1$. Pierādīt, ka $a^3 + b^3 + 3ab = 1$.

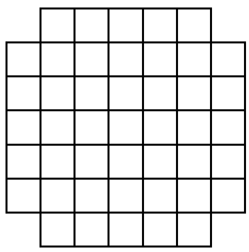
4. Dots ΔABC. Punkti M, N un K pieder attiecīgi malām BC, CA un AB. Nogriežņi AM, BN un CK krustojas vienā punktā O. Pierādīt:

$$AM + BN + CK > \frac{1}{2} (AB + BC + CA)$$

5. Riņķa līnijas ω_1 un ω_2 krustojas punktos M un K. Caur M novilkta pieskare riņķa līnijai ω_1, kuras centrs ir O. Pieskare krusto ω_2 arī punktā N, turklāt MK = NK. NK krusto ω_1 punktos K un L. Noteikt $< MOK$, ja $< MKL = \alpha$

6. Dots kvadrāts, kas sastāv no n x n kvadrātiskām rūtiņām un kuram stūru rūtiņas izgrieztas (attēlā piemērs, ja n=7). Vai to var sadalīt šādās figūrās:  , ja

a) n = 7;
b) n = 8;
c) n = 9 ?



7. Ar k apzīmēsim naturālu skaitli, kas lielāks par 1. Virknes pirmais loceklis a_1=k-1. $a_n=a_{n-1}+k^{an-1}$. Pierādīt, ka neviens virknes loceklis nedalās ar k.

8. Vai kvadrātā, kas sastāv no 6x6 rūtiņām, var ierakstīt skaitļus no 1 līdz 36 katru vienu reizi tā, lai katrā kolonnā un rindiņā ierakstīto skaitļu reizinājums dalītos ar

a) 9 ;

b) 27 ?

9. Noteikt visas a, b un c vērtības, ar kurām vienlaicīgi ir pareizas vienādības

$$a = 1 + \frac{1}{b} \qquad b = 1 + \frac{1}{c} \qquad c = 1 + \frac{1}{a}$$

10. a, b, c, d - četri pēc kārtas ņemti naturāli skaitļi. Pierādīt, ka $a^3 + b^3 + c^3 + d^3$ dalās ar 4.

11. Noteikt visus reālu skaitļu pārus (a;b), kuriem izpildās vienādība

$$a^2 + b^2 = \frac{5\,a\,b}{2}$$

12. Dota lapa ar regulāru trijstūri, lineāls bez atzīmēm, cirkulis un zīmulis. Konstruēt regulāru sešstūri (aprakstīt risinājuma gaitu).

Piezīme: daudzstūri sauc par regulāru, ja visas tā malas ir vienādas un visi leņķi vienlieli.

13. Dotas 7 bumbiņas - 2 no tām ir citādā svarā nekā pārējās 5. Doti sviru svari bez atsvariem. Vai ar 5 svēršanām var atrast 2 citādās bumbiņas?

14. Skaitļu pāri sauc par *spēcīgu*, ja šo skaitļu kvadrātu starpība ir vienāda ar kāda skaitļa kubu, bet šo skaitļu kubu starpība - ar kāda skaitļa kvadrātu.

a) atrast kaut vienu *spēcīgu* skaitļu pāri;

b) pierādīt, ka eksistē bezgalīgi daudz *spēcīgi* skaitļu pāri.

15. Apskatām visus veselos un pozitīvos skaitļus, kas nesatur citus ciparus kā 1; 2; 3; 4 un 5. Sakārtosim tos augošā secībā un ar n apzīmējam skaitli, kas šajā sarakstā atrodas 2004-ajā vietā.

a) cik ciparu ir skaitlim n ?

b) atrast skaitli n.