$$\mathcal{A} \cap \mathcal{K} = \{2009\}$$

Komandu olimpiāde „Atvērtā Kopa”

Katru uzdevumu vērtē ar 0 ÷ 10 punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas

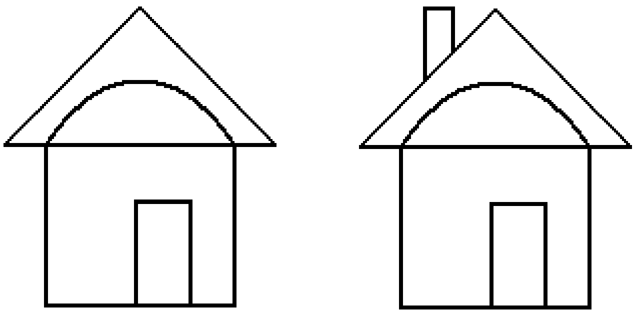
Uzdevumi 7. klasei

1. Aprēķināt leņķi starp pulksteņa stundu un minūšu rādītājiem plkst. 10:20.

2. Plaknē ir 4 taisnes, kuras krustojas n punktos. Kādas ir iespējamās n vērtības?

3. Cik starp skaitļiem no 1 līdz 2009 ir tādu pāra skaitļu, kuri ir naturālu skaitļu kvadrāti?

4. Jūlers grib uzzīmēt mājiņu (skat. zīm.), neatraujot pildspalvu no papīra un katru līniju novelkot vienu reizi. Vai tas ir iespējams? Bet mājiņu ar skursteni?



5. Mārtiņš un Marta cimdu bloku uzadīja 5 stundās. Marta uzadīja 20 cimdu pārus. Savukārt mazais Pjērs un Mārtiņš, mazajam Pjēram uzadot 14 cimdu pārus, cimdu bloku uzadīja 8 stundās. Cik cimdu pāru ir vienā cimdu blokā?

6. Ilzīte dzīvo uz ielas, kurai mājas tās malās novietotas tieši pretī viena otrai (nav māju, kurai pretī nebūt neviena cita māja). Māju numuri ir 1, 2, 3, ... u.t.t . vienā ielas malā no ielas sākuma līdz ielas galam. Numerācija turpinās otrā ielas malā no ielas beigām līdz ielas sākumam. Māja ar numuru 37 ir tieši pretī mājai ar numuru 78. Cik māju pavisam ir šajā ielā?

7. Banka izkala 6 jubilejas monētas. Divas no monētām izrādījās brāķa – tās bija par 0,01 gramu vieglākas nekā parējās 4 monētās, kurām bija vienāds svars. Monetārā specvienība iegādājās smalkus sviru svarus, bet ar tiem dienas laikā var veikt tikai 3 svērienus, nezaudējot precizitāti. Vai monetārajai specvienībai ir iespējams dienas laikā atrast 4 pareizās monētas un laist tās apgrozībā?

8. Uz Orbitreku planētas visi Orbitreki, kas kaut vienu reizi ir paspieduši roku kādam citam Orbitrekam, dzīvo mūžīgi. Vai no visiem Orbitrekiem tādi, kas izdarījuši nepāra skaita rokas spiedienu, ir pāra vai nepāra skaits?

9. 5x6 rūtiņu laukuma stūrī novietots šaha zirdziņš. Šaha zirdziņš drīkst pārvietoties divas rūtiņas jebkurā virzienā un pēc tam vienu rūtiņu pa labi vai kreisi no sākotnējā kustības virziena. Vai ar zirdziņu var apstaigāt doto laukumu tā, lai katrā rūtiņā zirdziņš nostātos tieši vienu reizi?

10. Pierādīt, ka skaitlim 2009^{2008} ir nepāra skaits dalītāju.

11. Dots 21 naturāls skaitlis, visi dažādi un ne lielāki par 100. Vai noteikti var izvēlēties četrus no tiem (apzīmēsim tos ar a, b, c un d) tā, lai a + b = c + d?

12. Lai veiktu maģisku rituālu, ir jāpanāk, ka melnais un baltais gredzens ir apmainīti vietām, strīpaino gredzenu atstājot sākotnējā pozīcijā. Pārbīdot gredzenus, drīkst mainīt strīpainā gredzena pozīciju. Vai to ir iespējams paveikt, ja gredzenus drīkst pārbīdīt tikai uz pretēju brīvu stūri?

13. Autobusu sauc par pārpildītu, ja tajā ir vairāk par 60 pasažieriem. 25. oktobrī ekspresmaršrutā Rīga – Mazsalaca tika veikta pasažieru skaitīšana. Tika aprēķināti divi rādītāji procentos: A – pārpildīto autobusu skaits pret kopējo, un B – pasažieru, kas brauca pārpildītos autobusos, skaits pret kopējo. Kurš no šiem rādītājiem ir lielāks, ja zināms, ka bija gan pārpildīti, gan nepārpildīti autobusi?

14. 9002. gadā ap Zemi pa riņķveida orbītām vienā plaknē riņķo 5 pavadoņi. Zemi tie apriņķo attiecīgi 4, 6, 10, 20 un 22 mēnešos. 21. novembrī visi pavadoņi būs nostājušies uz vienas taisnes ar Zemi.

a) Pēc cik mēnešiem būs vēlreiz novērojams tieši šāds pats pavadoņu stāvoklis?
b) Pēc cik mēnešiem visi pavadoņi atkal būs uz šīs pašas taisnes?

15. Sniegbaltīte uzaicināja 7 rūķīšus uz zaļumballi, bet brīdināja – pirms zaļumballes katram rūķītim uz galvas uzliks sarkanu vai zilu cepuri (savu cepuri neredz, bet pārējās – redz). Rūķīšiem pēc kārtas liks, visiem dzirdot, izteikt minējumu par savas cepures krāsu (jebkāda cita savstarpēja saziņa aizliegta). Zaļumballē ielaidīs tikai tos, kas uzminēs pareizi. Vai pirms došanās pie Sniegbaltītes viņiem ir iespējams vienoties par stratēģiju, kas garantētu vismaz 6 rūķīšu iekļūšanu zaļumballē?

$\mathcal{A} \cap \mathcal{K} = \{2009\}$

Komandu olimpiāde „Atvērtā Kopa”

Katru uzdevumu vērtē ar 0 ÷ 10 punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas

Uzdevumi 8. klasei

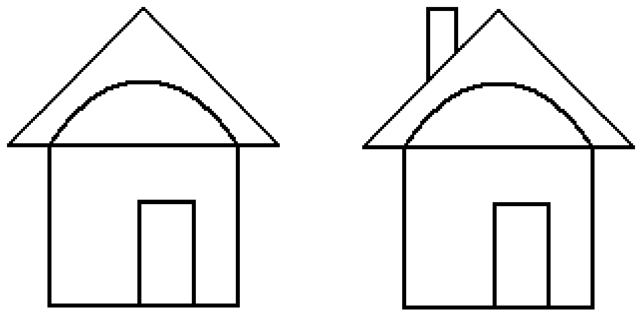
1. Kvadrāta ABCD iekšpusē ņemts tāds punkts P, ka ΔBPC ir vienādmalu trijstūris. Aprēķināt $\angle$APD.

2. Cik starp skaitļiem no 1 līdz 2009 ir tādu pāra skaitļu, kuri ir naturālu skaitļu kvadrāti?

3. Plaknē ir 4 taisnes, kuras krustojas n punktos. Kādas ir iespējamās n vērtības?

4. Mārtiņš un Marta cimdu bloku uzadīja 5 stundās. Marta uzadīja 20 cimdu pārus. Savukārt mazais Pjērs un Mārtiņš, mazajam Pjēram uzadot 14 cimdu pārus, cimdu bloku uzadīja 8 stundās. Cik cimdu pāru ir vienā cimdu blokā?

5. Jūlers grib uzzīmēt mājiņu (skat. zīm.), neatraujot pildspalvu no papīra un katru līniju novelkot vienu reizi. Vai tas ir iespējams? Bet mājiņu ar skursteni?



6. Sadalīt reizinātājos $4a^4 + b^4$.

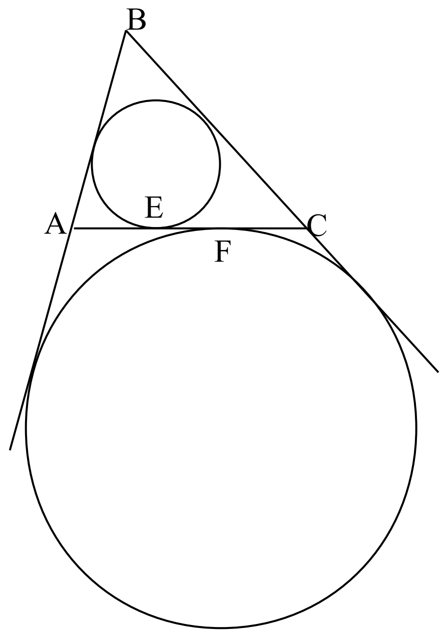
7. Banka izkala 6 jubilejas monētas. Divas no monētām izrādījās brāķa – tās bija par 0,01 gramu vieglākas nekā parējās 4 monētās, kurām bija vienāds svars. Monetārā specvienība iegādājās smalkus sviru svarus, bet ar tiem dienas laikā var veikt tikai 3 svērienus, nezaudējot precizitāti. Vai monetārajai specvienībai ir iespējams dienas laikā atrast 4 pareizās monētas un laist tās apgrozībā?

8. Autobusu sauc par pārpildītu, ja tajā ir vairāk par 60 pasažieriem. 25. oktobrī ekspresmaršrutā Rīga – Mazsalaca tika veikta pasažieru skaitīšana. Tika aprēķināti divi rādītāji procentos: A – pārpildīto autobusu skaits pret kopējo, un B – pasažieru, kas brauca pārpildītos autobusos, skaits pret kopējo. Kurš no šiem rādītājiem ir lielāks, ja zināms, ka bija gan pārpildīti, gan nepārpildīti autobusi?

9. Dots, ka k, l, m, n ir naturāli skaitļi. Vai vienlaicīgi var izpildīties 3 vienādības $k + l = 20$, $m + n = 6$, $km + ln = 89$?

10. Uz Orbitreku planētas visi Orbitreki, kas kaut vienu reizi ir paspieduši roku kādam citam Orbitrekam, dzīvo mūžīgi. Vai no visiem Orbitrekiem tādi, kas izdarījuši nepāra skaita rokas spiedienu, ir pāra vai nepāra skaits?

11. Dots, ka AB, BC, AC abu riņķa līniju kopīgās pieskares, E un F pieskaršanās punkti. Pierādīt, ka AE = FC.



12. Pieņemsim, ka a un d ir doti naturāli skaitļi. Pierādīt, ka a+dn nevar būt pirmskaitlis visām naturālām n vērtībām.

13. Taisnstūris sadalīts m x n vienādās baltās rūtiņās. Visas rūtiņas, kurām nebija kopīgu malu ar tieši 4 citām rūtiņam, tika nokrāsotas sarkanas. Pēc tam visas rūtiņas, kurām nebija kopīgu malu ar 4 citām baltajām rūtiņām, arī tika nokrāsotas sarkanas. Kādām m un n vērtībām sarkano un balto rūtiņu skaits taisnstūrī ir vienāds!

14. Mazais Edgars peldas ezerā, kuram ir riņķa forma. Esot pašā ezera vidū, viņš pamana krastā kaimiņu Vofku, kurš viņu skolā vienmēr sit un atņem pusdienu naudu. Tā kā Vofka ir tikko paēdis, viņš nevar peldēt un tāpēc cer noķert Edgaru krastā. Zināms, ka Vofka skrien x reizes ātrāk nekā Edgars peld, bet, būdams skolas skvoša čempions, Edgars var viegli aizmukt no Vofkas, esot uz sauszemes. Vai Edgaram izdosies tikt mājās sveikam un veselam, ja x=3 ? Kāda ir atbilde gadījumā x=4 ? Riņķa līnijas garumu aprēķina pēc formulas $c = 2\pi r$, kur r –riņķa rādiuss un skaitļa π aptuvenā vērtība ir 3,14.

15. Aruns un Ašouks ir istabas biedri kopmītnēs. Viņi ir sarunājuši, ka istabā viena siena (visām sienām ir taisnstūra forma) tiks atvēlēta plakātiem. Aruns abonē avīzi “Mama” (iznāk piektdienās), bet Ašouks - “Lama” (šī iznāk sestdienās). Katrā avīzē ir viens plakāts A3 formātā, ko katrs no puišiem uzlīmē uz sienas brīvā vietā (t.i. nepārklājoties ar jau esošajiem plakātiem). Kad viņi ievācās istabā pirmdien, siena bija tukša. Vai Aruns var panākt, ka “Mama” plakāti ir vairākumā, kad uz sienas vairs nav brīvas vietas jauniem plakātiem?

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{K} = \{2009\}$$

Komandu olimpiāde „Atvērtā Kopa”

Katru uzdevumu vērtē ar 0 ÷ 10 punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas

Uzdevumi 9. klasei

1. Sadalīt reizinātājos $4a^4 + b^4$.

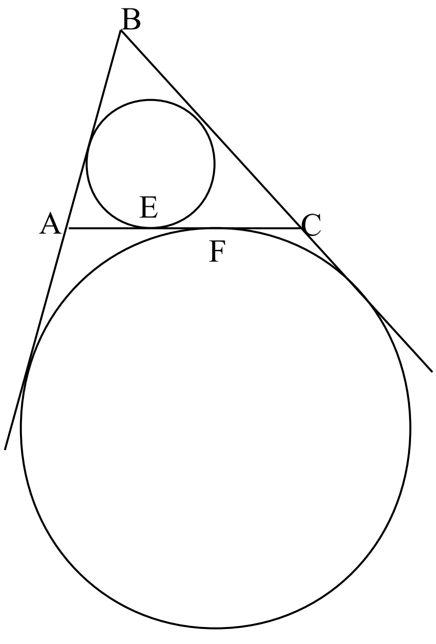
2. Kvadrāta ABCD iekšpusē ņemts tāds punkts P, ka ΔBPC ir vienādmalu trijstūris. Aprēķināt $\angle$APD.

3. Pie kādām naturālu skaitļu a, b, c, d vērtībām ir spēkā vienādība a + b + c + d= abcd?

4. Banka izkala 6 jubilejas monētas. Divas no monētām izrādījās brāķa – tās bija par 0,01 gramu vieglākas nekā parējās 4 monētās, kurām bija vienāds svars. Monetārā specvienība iegādājās smalkus sviru svarus, bet ar tiem dienas laikā var veikt tikai 3 svērienus, nezaudējot precizitāti. Vai monetārajai specvienībai ir iespējams dienas laikā atrast 4 pareizās monētas un laist tās apgrozībā?

5. Dots, ka k, l, m, n ir naturāli skaitļi. Vai vienlaicīgi var izpildīties 3 vienādības $k + l = 20$, $m + n = 6$, $km + ln = 89$?

6. Dots, ka AB, BC, AC abu riņķa līniju kopīgās pieskares, E un F pieskaršanās punkti. Pierādīt, ka AE = FC.



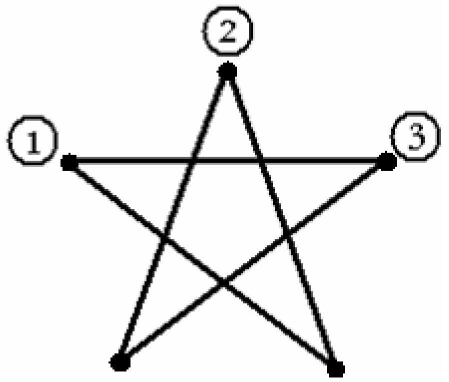
7. 5x6 rūtiņu laukuma stūrī novietots šaha zirdziņš. Šaha zirdziņš drīkst pārvietoties divas rūtiņas jebkurā virzienā un pēc tam vienu rūtiņu pa labi vai kreisi no sākotnējā kustības virziena. Vai ar zirdziņu var apstaigāt doto laukumu tā, lai katrā rūtiņā zirdziņš nostātos tieši vienu reizi? Vai to ir iespējams izdarīt pie nosacījuma, ja iepriekšējā gājienā zirdziņš ir sācis gājienu ar divām rūtiņām uz priekšu/atpakaļ, tad nākamajā gājienā tas sāk gājienu ar divām rūtiņām pa labi/kreisi, un otrādi, ja iepriekšējais gājiens ir sācies ar divām rūtiņām pa labi/kreisi, tad nākamajam gājienam jāsākas ar divām rūtiņām uz priekšu/atpakaļ?

8. Pierādīt, ka skaitlim $(2009\,!)^{2008}$ ir nepāra skaits dalītāju. Ar n! apzīmē visu naturālo skaitļu reizinājumu no 1 līdz n.

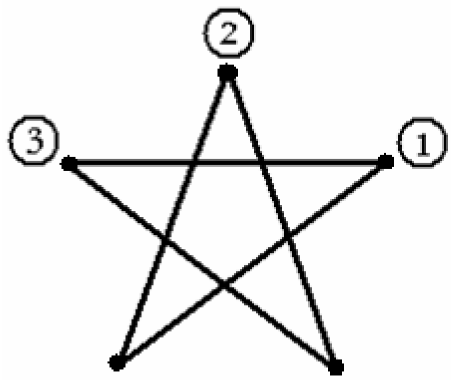
9. Uz Orbitreku planētas visi Orbitreki, kas kaut vienu reizi ir paspieduši roku kādam citam Orbitrekam, dzīvo mūžīgi. Vai no visiem Orbitrekiem tādi, kas izdarījuši nepāra skaita rokas spiedienu, ir pāra vai nepāra skaits?

10. Pieņemsim, ka a un d ir doti naturāli skaitļi. Pierādīt, ka a+dn nevar būt pirmskaitlis visām naturālām n vērtībām.

11. Ar katru gājienu vienu žetonu (attēlos tie numurēti ar cipariem 1,2,3) drīkst pārvietot uz brīvu pretējo virsotni. Vai ar šādiem gājieniem iespējams pārveidot 1. attēlu par 2.?



1. attēls



2. attēls

12. Mazais Edgars peldas ezerā, kuram ir riņķa forma. Esot pašā ezera vidū, viņš pamana krastā kaimiņu Vofku, kurš viņu skolā vienmēr sit un atņem pusdienu naudu. Tā kā Vofka ir tikko paēdis, viņš nevar peldēt un tāpēc cer noķert Edgaru krastā. Zināms, ka Vofka skrien x reizes ātrāk nekā Edgars peld, bet, būdams skolas skvoša čempions, Edgars var viegli aizmukt no Vofkas, esot uz sauszemes. Vai Edgaram izdosies tikt mājās sveikam un veselam, ja x = 3 ? Kāda ir atbilde gadījumā x = 4 ? Riņķa līnijas garumu aprēķina pēc formulas $c = 2\pi r$, kur r –riņķa rādiuss un skaitļa π aptuvenā vērtība ir 3,14.

13. Vai izliektu septiņstūri, kuram visas malas ir vienādas, iespējams sagriezt galīgā skaitā paralelogramu?

14. Klasē ir 35 skolēni. Viņi vēlas izlozēt 11 cilvēku futbola komandu, no kuriem viens ir kapteinis. Tika nolemts vispirms izlozēt komandas dalībniekus, un tad no tiem kapteini. Taču Renārs uzstāja, ka vispirms jāizlozē kapteinis, un tad pārējā komanda. Vai šī pieeja palielina Renāra izredzes kļūt par kapteini?

15. Aruns un Ašouks ir istabas biedri kopmītnēs. Viņi ir sarunājuši, ka istabā viena siena (visām sienām ir taisnstūra forma) tiks atvēlēta plakātiem. Aruns abonē avīzi “Mama” (iznāk piektdienās), bet Ašouks - “Lama” (šī iznāk sestdienās). Katrā avīzē ir viens plakāts A3 formātā, ko katrs no puišiem uzlīmē uz sienas brīvā vietā (t.i. nepārklājoties ar jau esošajiem plakātiem). Kad viņi ievācās istabā pirmdien, siena bija tukša. Vai Aruns var panākt, ka “Mama” plakāti ir vairākumā, kad uz sienas vairs nav brīvas vietas jauniem plakātiem?