



Atvērtā kopa 2024

Piezīmes: Mērījumi no zīmējuma netiek skaitīti kā daļa no pierādījuma.

Ja netiek precizēts, tad visi skaitļi ir reāli.

Dažos uzdevumos, iespējams, ir vajadzīgas formulas, ko var viegli atrast internetā.

Visos uzdevumos, kur atbilde nav vesels skaitlis, kā atbilde tiek pieņemts tuvākais mazāks vesels skaitlis. Piemēram, ja atbilde ir π , tad Google Formā ir jāraksta 3, ja ir $-\pi$, tad -4.

Nebaidieties izmantot interneta resursus, piemēram, [desmos.com](https://www.desmos.com).

Uzdevumi nav sakārtoti pēc grūtības.

Pirmie 10 uzdevumi ir vērti katrs 2 punkti, pierādīšanas uzdevumi ir vērti 5 punkti.

Uzdevumi 7-8 klasēm

Uzdevumi uz atbildi

1.uzdevums Kāda ir skaitļa $10^{2024} - 2024$ ciparu summa?

2.uzdevums Kāds ir lielākais četr ciparu skaitlis, kuram ir tik pat daudz dalītāju, cik ir skaitlim 2024?

3.uzdevums Skaitlis a ir naturāls skaitlis, un b ir skaitlis, kuru iegūst, skaitļa a ciparus uzrakstot apgrieztā secībā, savukārt c ir skaitļa a ciparu summa. Cik daudz ir tādu trīsciparu skaitļu a , kas apmierina vienādojumu $2b + c = a$.

4.uzdevums Cik daudz skaitļu no 1 līdz 1000 apmierina šādu īpašību: dalot ar 2, atlikums ir 1, dalot ar 3, atlikums ir 2 un dalot ar 5, atlikums ir 4?

5.uzdevums Kārļa rūpnīca ražo padārgas dzērienu pudeles. Lai iedarbinātu iekārtas, viņam katru dienu ir jāiztērē 50 eiro. Lai ražotu vienu pudeli, viņam ir vajadzīga 30 eiro vērtas izejvielas. Katru dienu viņš var pārdot pirmo pudeli par 100 eiro, otro par 95 eiro, trešo par 90 eiro un tā tālāk. Kāda ir Kārļa lielākā iespējama peļņa?

6.uzdevums Doti trijstūra malas garumi a , b un c , kur visi skaitļi ir naturāli un $a > b > c$. Zināms, ka $a + b + c = 2024$, kāda ir maksimālā $a + 2c$ vērtība?

7.uzdevums Dots, ka $a^5 + a + 1 = 0$, aprēķiniet $a^3 - a^2$ vērtību.

8.uzdevums Maksimam ir 2024 konfektes. Uvis katru minūti vai nu paņem pusi no konfektēm (ja konfekšu skaits ir pāra skaitlis), vai tieši 9 konfektes. Kāds ir mazākais iespējamais konfekšu skaits, kas paliek Maksimam, kad Uvis vairs nevar ņemt konfektes pēc minētajiem noteikumiem?

9.uzdevums Uz tāfeles ir uzrakstīti naturāli skaitļi no 1 līdz 100. Edgars katru minūti nodzēš divus skaitļus a un b , un to vietā uzraksta skaitli $\sqrt{a^2 + b^2}$. Kāds ir lielākais iespējamais skaitlis, kas paliek uz tāfeles pēc 99 minūtēm?

10.uzdevums Skaidrs, ka, jo vairāk ir desmitnieku vienā priekšmetā, jo mazāka ir vienas sliktas atzīmes ietekme. Jēkabam šobrīd ir tikai desmitnieki matemātikā. Vismaz cik daudz desmitnieku ir Jēkabam, ja, iegūstot vienu piecinieku, viņa vidējā atzīme nokrita mazāk nekā 0,03?

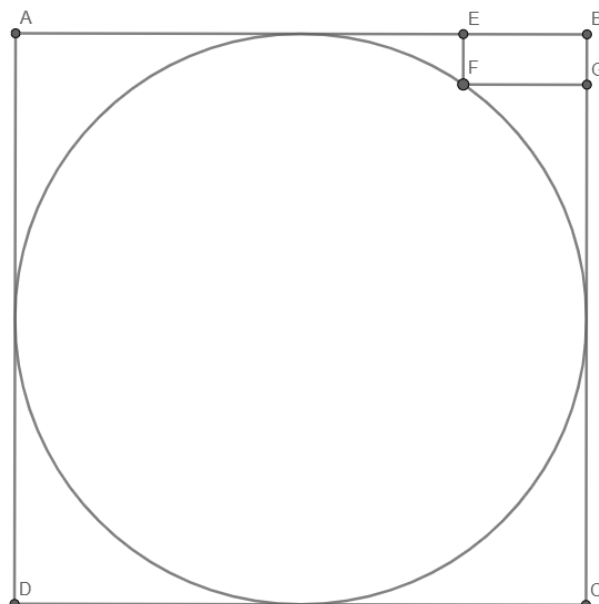
Pierādīšanas uzdevumi

11.uzdevums Neapreķinot 24^{20} , noteikt trūkstošo ciparu.

$$24^{20} = 4019 * 88717840603673710821376$$

12.uzdevums Skaitļi no 1 līdz 10000 tiek sadalīti divās grupās tā, ka vienā grupā ir skaitļi ar nepāra ciparu summu, un otrajā ir skaitļi ar pāra ciparu summu. Pierādīt, ka vienā grupā ir vairāk nekā 5000 skaitļu.

13.uzdevums Kāds ir riņķa līnijas garums, ja tā ir ievilkta kvadrātā $ABCD$, un taisnstūrim $EFGB$ $BG = 1$, $FG = 2$? Pieņemot, ka $\pi = 3$.



14.uzdevums Dots, ka $a + b + c = 3$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{3}{abc}$. Pierādīt, ka $a^{2024} + b^{2024} + c^{2024} = 3$

15.uzdevums Punkts P atrodas taisnleņķa trijstūra ABC iekšpusē. $PA = 3$, $PB = 7$, $PC = 9$. Kāds ir lielākais iespējamais malas BC garums?

