



# Atvērtā kopa 2024

**Piezīmes:** Uzdevumi nav sakārtoti pēc grūtības.

Katrs uzdevums ir vērts 5 punktu.

Atbildes ir jāpamato.

Komandas drīkst uzdot jautājumus par jēdzienu definīcijām.

Pierādījumos nedrīkst lietot mērījumus no dotajiem zīmējumiem.

Uz katras risinājuma lapas ir jāuzraksta komandas nosaukums.

## Fināla uzdevumi 7. un 8. klasei

**1. uzdevums** Atrast visus veselu skaitļu pārus  $(x, y)$ , ka

$$\begin{cases} y > x^2 + 3x + 5 \\ y < 1,5x + 6 \end{cases}$$

**2. uzdevums** Uz tāfeles ir uzrakstīti veseli skaitļi no 1 līdz 2024. Katru minūti Maksims nodzēš 2 skaitļus  $a$  un  $b$ , un to vietā uzraksta skaitli  $a - 2b$  (ne obligāti pozitīvu). Vai var gadīties, ka pēc 2023 minūtēm uz tāfeles paliek skaitlis 1?

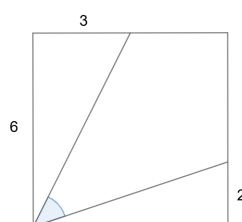
**3. uzdevums** Maksima autobuss iekļuva sastrēgumā, un viņš kavēja skolu. Sēžot autobusā, viņš mēģināja atrast visas reālas saknes vienādojumam

$$x^3 + x^2 = 12$$

Palīdziet Maksimam atrast šīs saknes!

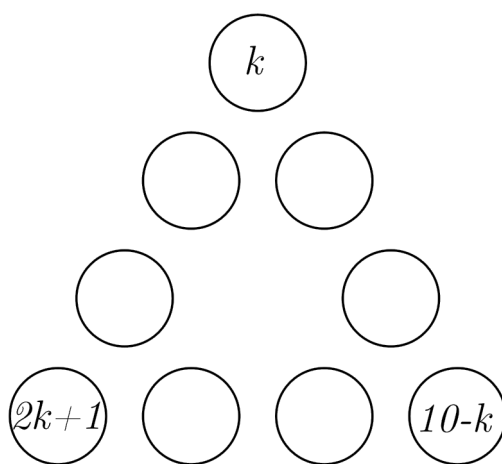
**4. uzdevums** Dots vienādsānu trijstūris, kura sānu malas garums ir 8 un abu pamata pieleņķu vērtība ir  $22,5^\circ$ . Kāds ir trijstūra laukums?

**5. uzdevums** Cik liels ir atzīmētais leņķis dotajā kvadrātā?



**6. uzdevums** Dots izliekts daudzstūris ar  $n \geq 5$  virsotnēm, un tā laukums ir sadalīts vairākos trijstūros, kuru virsotnes sakrīt ar daudzstūra virsotnēm, turklāt nevienam divu trijstūru laukumam nepārklājas. Katrs trijstūris ir iekrāsots vai nu sarkanā vai zilā krāsā. Virsotni saucim par *atvērtu*, ja tā nepieder diviem dažādiem tās pašas krāsas trijstūriem. Atrast lielāko iespējamo skaitu *atvērtu* virsotņu un pierādīt, ka vairāk nevar būt.

**7. uzdevums** 9 dažādi naturāli skaitļi no 1 līdz 9 ir sakārtoti trijstūrī. Ir zināms, ka, saskaitot visus skaitļus, kas atrodas uz vienas trijstūra malas, tiek iegūta viena un tā pati summa neatkarīgi no izvēlētas malas. Tāpat arī vienas malas visu skaitļu kvadrātu summa ir vienāda pie visām malām. Atrast  $k$  un aizpildīt trijstūri ar trūkstošajiem skaitļiem (ir iespējami vairāki varianti).



**8. uzdevums** Dots trijstūris ar laukumu 1, kurā ir atzīmēti 9 punkti, turklāt nav tādu 3 punktu, kas atrodas uz vienas taisnes. Pierādīt, ka eksistē tādi 3 atzīmēti punkti, kas veido trijstūri, kura laukums nav lielāks par  $\frac{1}{4}$ .

**9. uzdevums** Doti trīs dažādi punkti  $A, B, C$ , kuri atrodas uz vienas riņķa līnijas. Katrā brīdī Maksims izvēlas vienu punktu, un kustina to virzienā, kas paralēls taisnei, kas savieno pārējos divus punktus. Vai Maksims var panākt, ka šie trīs punkti atrodas uz vienas taisnes?

**10. uzdevums** Kurš no skaitļiem ir lielāks:  $24^{20}$  vai  $20^{24}$ ?

**11. uzdevums** Edgars un Maksims ir nopirkuši lidmašīnas biļetes. Lidmašīna lido uz Ķīnu un tajā ir tieši 2024 sēdvietas. Zināms, ka kopā ir 2024 pasažieri, un katram no viņiem ir atbilstoša sēdvietā. Pasažieri iekāpj lidmašīnā viens pēc otra, turklāt Maksims ir pirmais pasažieris, un Edgars ir pats pēdējais pasažieris. Iekāpjot lidmašīnā, Maksims aizmirsa savas sēdvietas numuru un izvēlējās apsēties patvaļīgā sēdvietā. Katrs nākamais pasažieris apsēžas savā vietā, ja tā ir neaizņemta, vai apsēžas patvaļīgā neaizņemtā sēdvietā. Cik liela ir iespēja, ka Edgars apsēdīsies sev atbilstošajā vietā?